

Analýza variability slnečnej aktivity metódou EMD

V. Karlovský, Hvezdáreň a planetárium M.R.Štefánika Hlohovec,
astrokar@gmail.com

Abstrakt

Empirická modálna dekompozícia (EMD) je relatívne nová metóda analýzy experimentálnych dát. Je užitočná pre nelineárne a nestacionárne dáta, čo je v praxi veľmi častý prípad. Daná metóda bola použitá na analýzu variability slnečnej aktivity a to škvrnovej aktivity, indexu Mg II core to wing a rádiového toku na 2800 MHz (10.7 cm).

1. Úvod

Pri experimentálne získaných signáloch (časových radoch) sa ukazuje, že majú určitý cyklický charakter. Často predpokladáme, že pomocou Fourierovej transformácie získame spektrum priebehu deja, ktorý bol experimentálne zaznamenaný. To nám môže dať najvýznamnejšiu spektrálnu zložku, ktorú by sme mohli považovať za okamžitú frekvenciu v danom bode. Žiaľ, nie je to správne. Fourierova transformácia okrem iného vyžaduje aby systém bol lineárny a dáta boli stacionárne. Tieto požiadavky je v praxi veľmi ťažké splniť. Nelinearitu systému môžeme napraviť pomocou linearizácie, ale stacionaritu je fakticky nemožné splniť. Gabor v roku 1946 sa snažil použiť krátke časové okno, v ktorom by bol priebeh signálu dostatočne stacionárny. Potom bolo možné posúvať okno po signále. Podľa neho bola táto transformácia pomenovaná ako Gaborova transformácia. Niekedy sa nazýva STFT (Short Time Fourier Transform), alebo WFT (Windowed Fourier Transform). Obyčajná Fourierova transformácia je daná vzťahom:

$$F\{x(t), \omega\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Gaborova transformácia v čase t_0 je daná vzťahom:

$$F\{x(t), \omega, t_0\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t_0 - \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

V tomto vzťahu $h(\tau)$ je reálna, symetrická funkcia realizujúca časové okno, pre ktorú platí normalizácia $\|h(\tau)\|=1$. Funkcia $h(\tau)$ môže byť aj obdĺžniková, ale z praktických dôvodov sa používajú okná, ktoré vyvolávajú menšie rušivé efekty.

Okno sa posúva po signále a pre každý čas t_0 v strede okna dostaneme spektrum, ktoré zodpovedá okamžitej

polohe okna. Tieto čiastočné spektrá potom vytvárajú spektrogram. Použitelnosť Gaborovej transformácie je iba pri signáloch, ktoré sú síce nestacionárne, ale menia sa pomaly. Pri signáloch, ktoré sú nestacionárne a menia sa rýchlo je určenie najvýznamnejšej spektrálnej zložky, či určenie okamžitej frekvencie prakticky nemožné. Existuje však metóda, ktorá to umožňuje.

Pri experimentálnych dátach sa stretávame s tým, že dáta sú nelineárne a nestacionárne a tiež, že zvyčajne časový rad nie je dostatočne dlhý na to aby bolo možné použiť robustné algoritmy na ich analýzu. To platí aj v prípade vlnkovej transformácie. Vlnková transformácia lepšie vyhľadáva jednotlivé frekvencie, ale nestacionárne dáta je problémové spracovať.

2a. Metóda EMD - Okamžitá frekvencia

Pri pojme okamžitej frekvencie vyjdeme z Hilbertovej transformácie:

$$H\{x(t), t\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

Vo frekvenčnej oblasti Hilbertova transformácia sa chová tak, že zložkám so zápornou frekvenciou posúva fázu o $+\pi/2$ a zložkám s kladnou frekvenciou o $-\pi/2$, pričom zachováva ich amplitúdu.

Vypočítajme pre experimentálne dáta, reálnu funkciu času $x(t)$, Hilbertovu transformáciu:

$$y(t) = H\{x(t), t\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau.$$

Teraz vytvoríme komplexný signál $z(t)$ tak, že ako reálnu zložku vezmeme $x(t)$ a ako imaginárnu zložku vezmeme Hilbertovu transformáciu pôvodného $x(t)$. Tento signál sa nazýva *analytický signál*. Môžeme ho vyjadriť pomocou amplitúdy a fázy

$$z(t) = x(t) + jy(t) = A(t) * e^{j\theta(t)}$$

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right)$$

Môžeme vypočítať okamžitú frekvenciu (instantaneous frequency) ako časovú deriváciu fázy:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

2b. EMD - Hilbert – Huangova transformácia.

Huang doplnil Hilbertovu transformáciu o algoritmus (proces), ktorý sa nazýva sifting. V preklade „preosievanie“. Pomocou tohto procesu je možné dekomponovať signál na jednoduchšie úzkopásmové zložky. Tieto sa nazývajú vlastné modálne funkcie, alebo IMF (Intrinsic Mode Functions). Vlastná modálna funkcia je taká funkcia, ktorá má rovnaký počet lokálnych extrémov ako pôvodný priebeh (aj počet prechodov nulou, lišících sa maximálne o jedničku, aby vyhovovala podmienke pre Gaussovský úzkopásmový stacionárny signál) a tiež stredná hodnota medzi obálkami, počítaná cez všetky body, je rovná nule.

2c. Empirická modálna dekompozícia.

Algoritmus preosievania je nasledovný. Najprv nájdeme lokálne extrémny funkcie $x(t)$. Cez všetky lokálne maximá vytvoríme obálku maxim. Vytvoríme ju tak, že jednotlivými lokálnymi maximami $e_{\max}(t)$ preložíme kubický splajn (spline). Obdobne vytvoríme obálku minim. Ďalším krokom je dosiahnuť, aby v každom bode bola stredná hodnota medzi oboma obálkami čo najbližšia k nule. Urobíme to tak, že vypočítame strednú hodnotu medzi oboma extrémami $m(t) = (e_{\max}(t) + e_{\min}(t))/2$ a o túto strednú hodnotu zmenšíme $x(t)$: $d(t) = x(t) - m(t)$

Tým sme dostali prvé priblíženie k vlastnej modálnej funkcii prvého rádu, ktorú označujeme IMF 1. Preosievanie je ale iteratívny proces, preto celý postup budeme opakovať, pokiaľ nie je splnené preosievacie kritérium. Preosievacím kritérium je štandardná odchýlka medzi dvomi po sebe idúcimi iteráciami.

$$SD = \sum_{i=0}^T \left[\frac{(h_{1(k-1)}(t) - h_{1(k)}(t))^2}{h_{1(k-1)}^2} \right]$$

Výsledkom celého iteratívneho procesu je spresnená funkcia IMF 1 a zostatkové rezíduum. Toto rezíduum je

potrebným signálom pre výpočet IMF 2. Druhá modálna funkcia sa vypočíta rovnakým postupom ako prvá. Celý proces je možné opakovať pre ďalšie IMF až je rezíduum rovné nule.

Praktická aplikácia algoritmu môže byť skomplikovaná problémami na okrajoch dátového intervalu, kde kubické splajny je ťažké nastaviť, lebo majú tendenciu divergovať.

Pri EMD dekompozícii sa môžu vyskytnúť problémy ako zmiešanie diametrálne rozdielnych periód do jedného IMF komponentu. Tento komponent potom prestáva dávať fyzikálny zmysel. Pre viac informácií (Torres a kol., 2011; Wu a Huang, 2008). Na odstránenie týchto problémov bola navrhnutá metóda EEMD (Ensamble Empirical Mode Decomposition)

Algoritmus metódy EEMD bol použitý v programovacom prostredí MatLab. Vlastný algoritmus je uverejnený na webovej stránke:

http://rcada.ncu.edu.tw/research1_clip_program.htm

Kód algoritmu vyvinul Zhaohua Wu v roku 2009

3. ČASOVÉ RADY SLNEČNEJ AKTIVITY

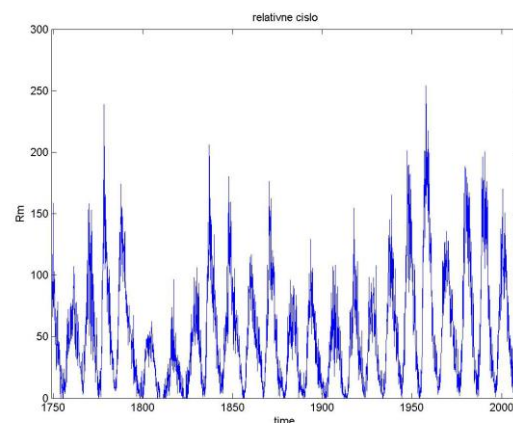
Na analýzu boli použité časové rady:

Pre Wolfovo relatívne číslo slnečných škvŕn (1749-2010): http://solarscience.msfc.nasa.gov/greenwch/spot_num.txt Pre Index Mg II core to wing http://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/composite_mg2.d at Pre index F10, rádiový tok na 2800 MHz (1947-2012) z observatórií Ottawa a Penticton (adjustované dáta):

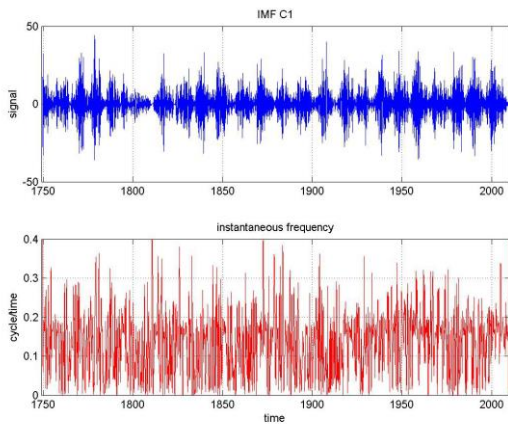
<http://www.ngdc.noaa.gov/nndc/struts/form?t=102827&s=4&d=8,22,9>

4. VÝSLEDKY

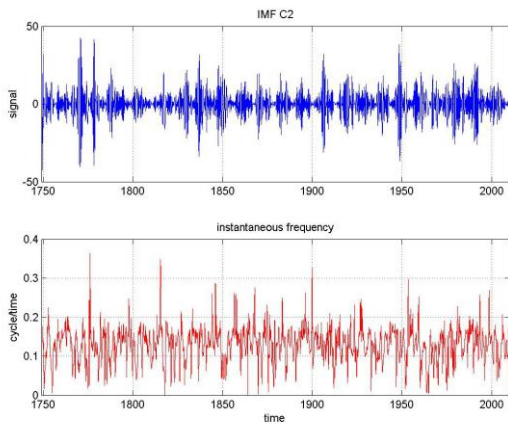
Výsledky analýzy Wolfovho relatívneho čísla slnečných škvŕn metódou EEMD vidíme na obrázkoch 1 až 11. Na obrázku č.1 vidíme priebeh relatívnych čísel v čase, a na ďalších obrázkoch analýzu modálnych funkcií a na poslednom obrázku určenie významnosti jednotlivých modálnych funkcií.



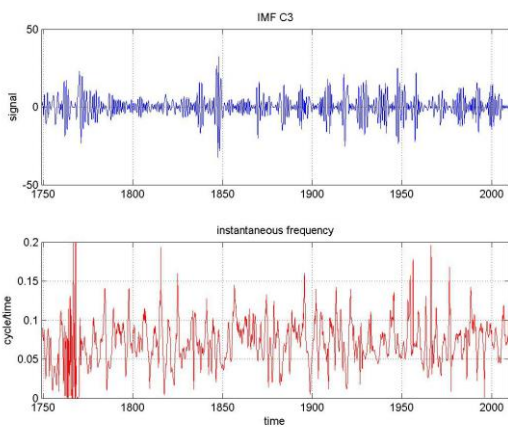
Obr.1 Wolfovo relatívne číslo slnečných škvŕn (mesačné priemery).



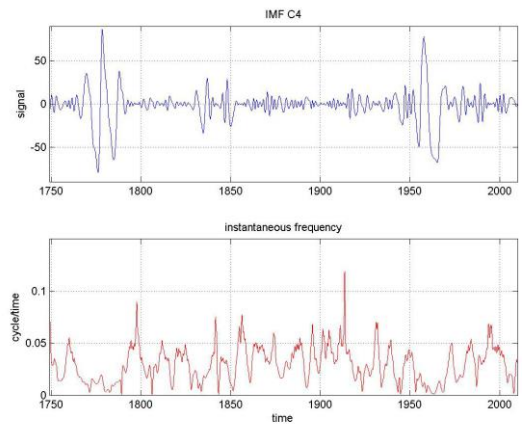
Obr. 2 Modálna funkcia IMF1 a okamžitá frekvencia



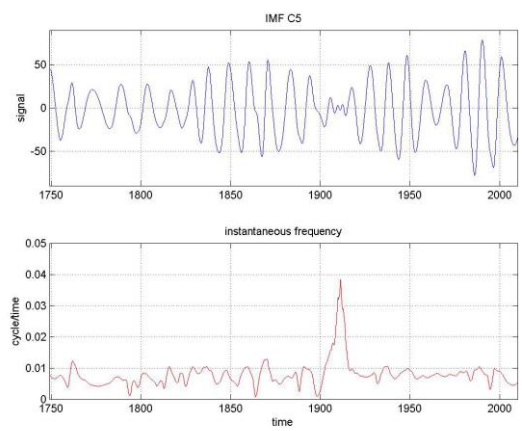
Obr. 3 Modálna funkcia IMF2 a okamžitá frekvencia



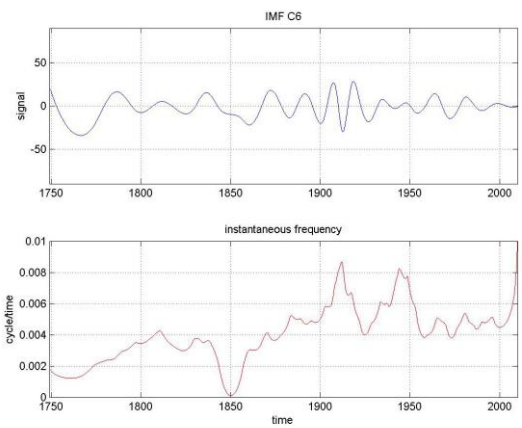
Obr.4 Modálna funkcia IMF3 a okamžitá frekvencia



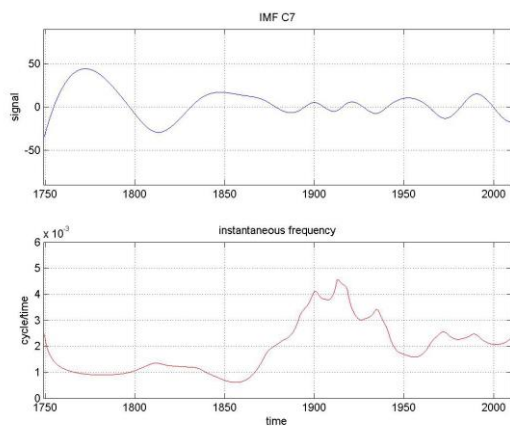
Obr. 5 Modálna funkcia IMF4 a okamžitá frekvencia



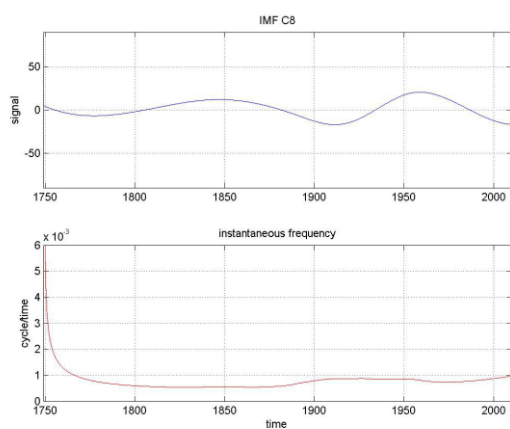
Obr. 6 Modálna funkcia IMF5 a okamžitá frekvencia



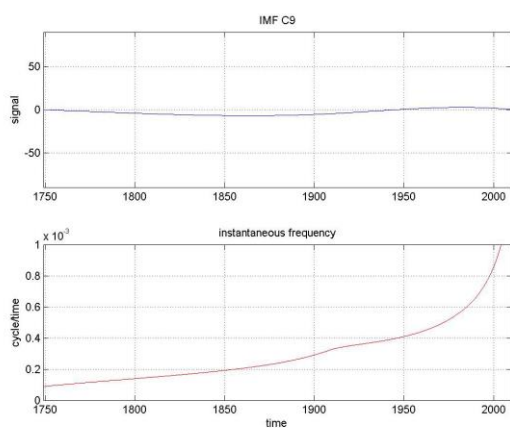
Obr. 7 Modálna funkcia IMF6 a okamžitá frekvencia



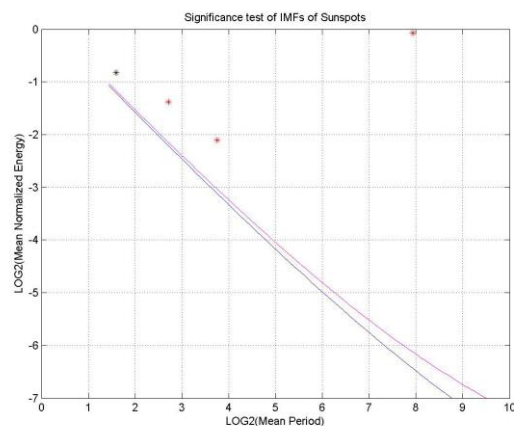
Obr. 8 Modálna funkcia IMF7 a okamžitá frekvencia



Obr. 9 Modálna funkcia IMF8 a okamžitá frekvencia



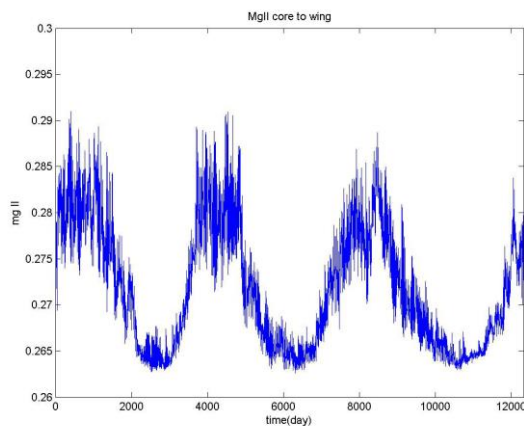
Obr. 10 Modálna funkcia IMF9 a okamžitá frekvencia



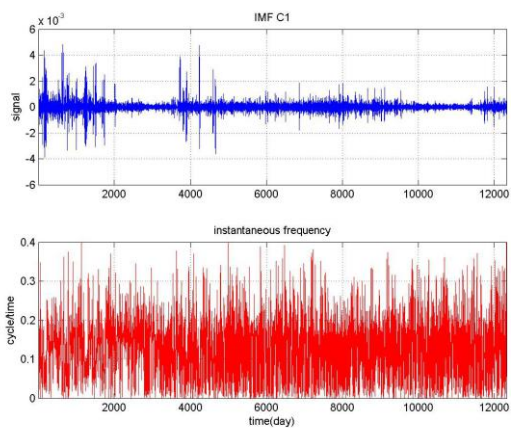
Obr. 11 Významnosť jednotlivých modálnych funkcií.

Významnosť jednotlivých modálnych funkcií je na obrázku 11. Nad červenou krivkou je spoľahlivosť nad 99 %, nad modrou nad 95%. Vidíme, že sú významné prakticky všetky modálne funkcie. Pokiaľ sa zameriame na okamžité frekvencie vidíme veľkú variabilitu, takže v analyzovanom časovom intervale neexistuje frekvencia, či perióda, ktorá by bola relatívne stála.

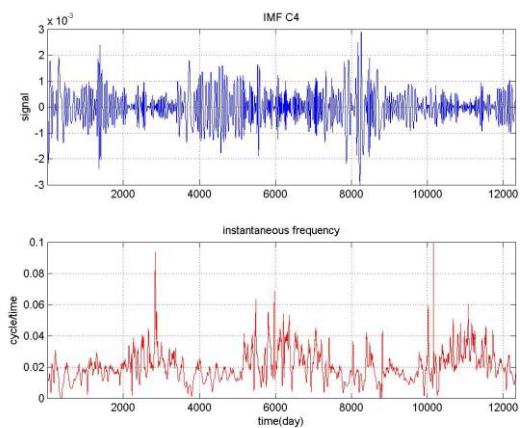
Výsledky analýzy indexu Mg II core to wing sú na obrázkoch č. 12 až 22. Na obrázku 12 vidíme priebeh indexu MgII v časovom intervale 6.11.1978 – 7.8.2012. Na obrázkoch 13 – 21 sú modálne funkcie pre index Mg II. Na obrázku 22 je významnosť modálnych funkcií.



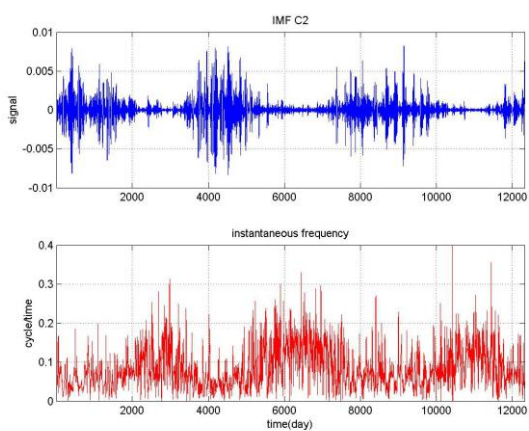
Obr. 12 Priebeh indexu Mg II core to wing



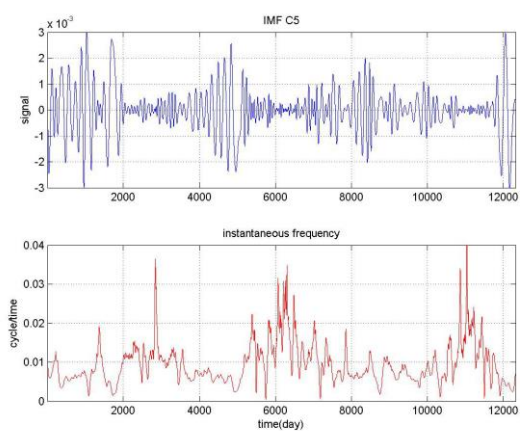
Obr. 13 Modálna funkcia IMF1 pre Mg II index



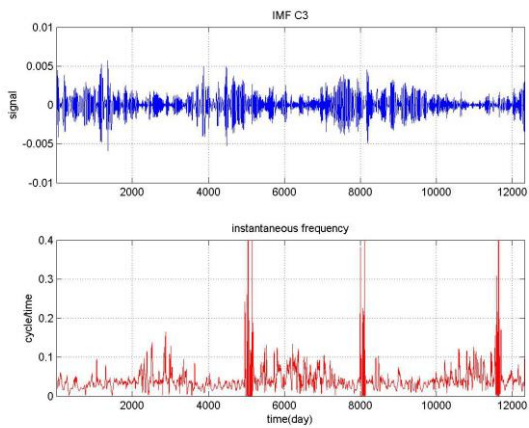
Obr. 16 Modálna funkcia IMF4 pre Mg II index



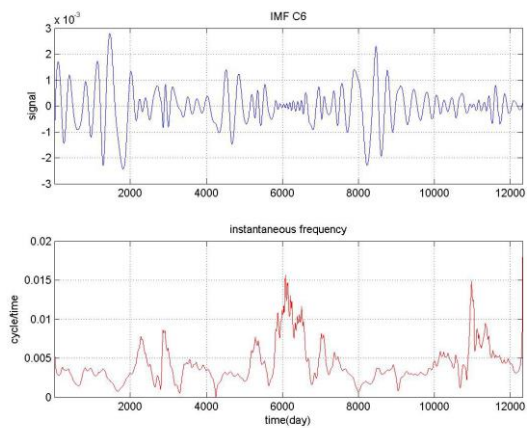
Obr. 14 Modálna funkcia IMF2 pre Mg II index



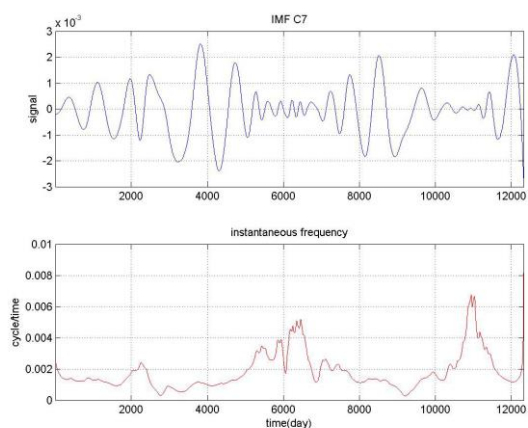
Obr. 17 Modálna funkcia IMF5 pre Mg II index



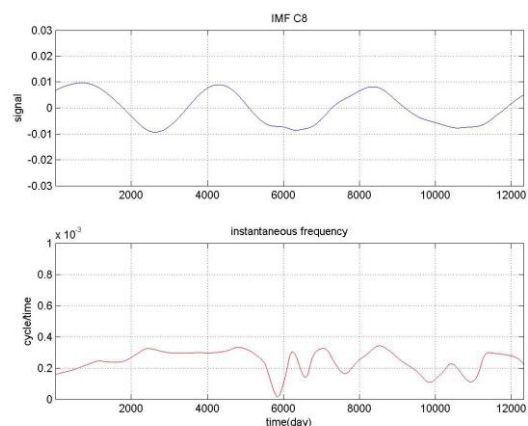
Obr. 15 Modálna funkcia IMF3 pre Mg II index



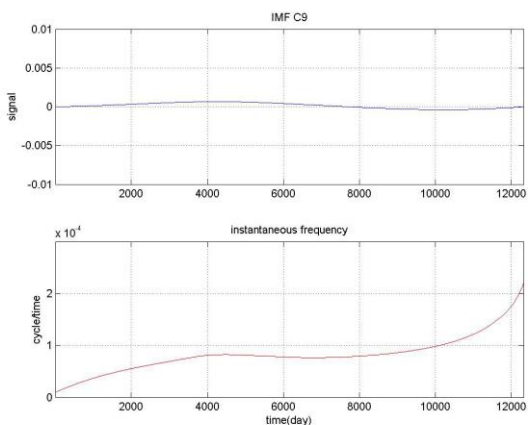
Obr. 18 Modálna funkcia IMF6 pre Mg II index



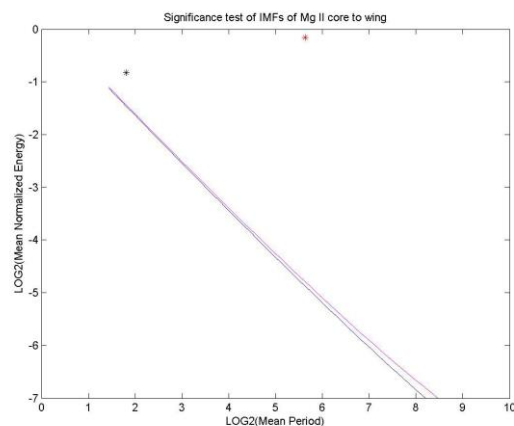
Obr. 19 Modálna funkcia IMF7 pre Mg II index



Obr. 20 Modálna funkcia IMF8 pre Mg II index



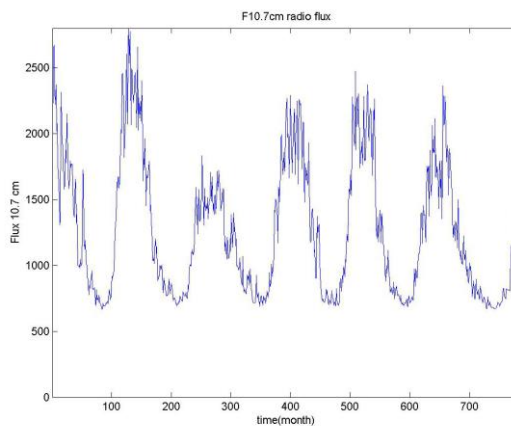
Obr. 21 Modálna funkcia IMF9 pre Mg II index



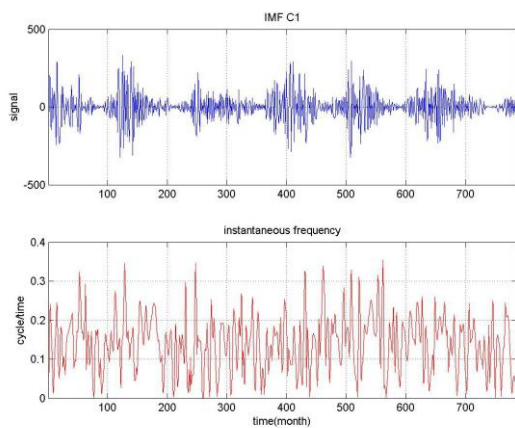
Obr. 22 Významnosť modálnych funkcií Mg II indexu

Významnosť jednotlivých modálnych funkcií Mg II indexu core to wing je na obrázku 22. Nad červenou krivkou je spoľahlivosť nad 99 %, nad modrou nad 95%. Vidíme, že sú významné prakticky všetky modálne funkcie. Pokiaľ sa zameriame na okamžité frekvencie vidíme veľkú variabilitu, takže v analyzovanom časovom intervale v rokoch 1978 až 2012 neexistuje frekvencia, či perióda, ktorá by bola relatívne stála.

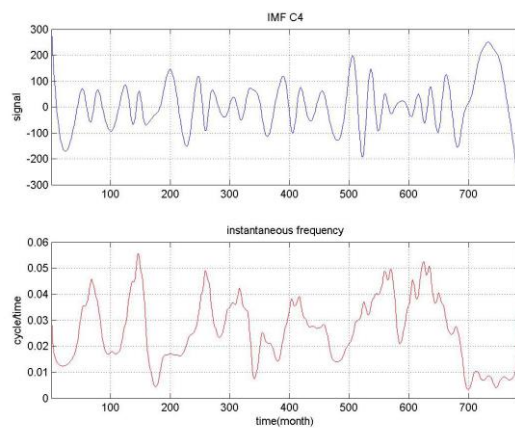
Výsledky analýzy indexu F10, rádiového toku na 2800 MHz sú na obrázkoch č.23 až 31. Na obrázku 23 vidíme priebeh indexu F10 v časovom intervale február 1947 – júl 2012. Na obrázkoch 24 – 30 sú modálne funkcie pre index F10. Na obrázku 31 je významnosť modálnych funkcií.



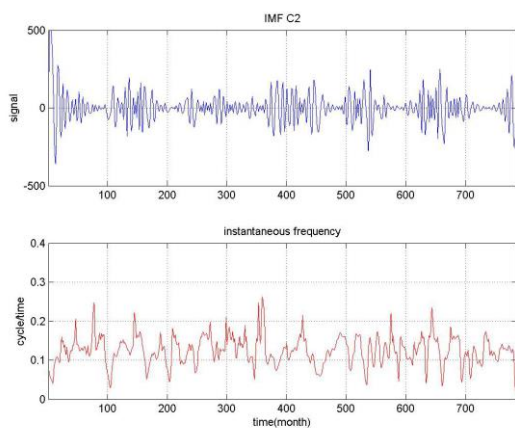
Obr. 23 Priebeh indexu F10 od roku 1947 po 2012



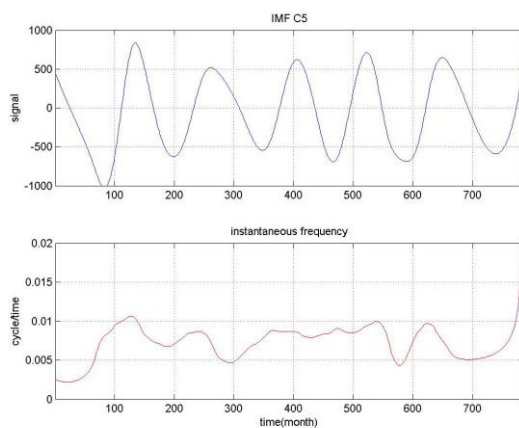
Obr. 24 Modálna funkcia IMF1 pre F10 index



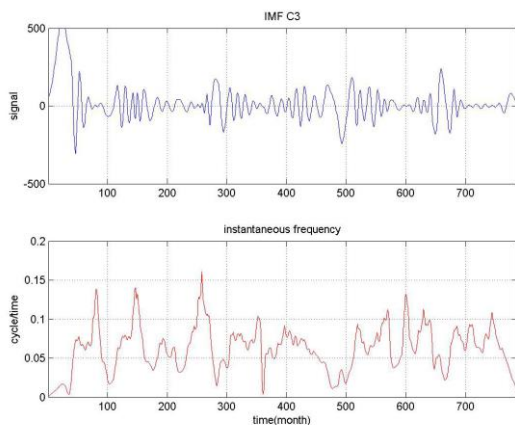
Obr. 27 Modálna funkcia IMF4 pre F10 index



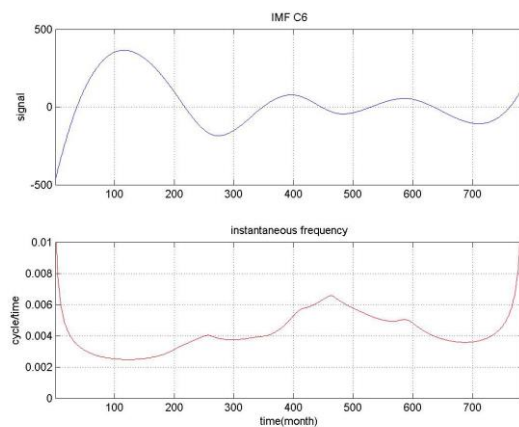
Obr. 25 Modálna funkcia IMF2 pre F10 index



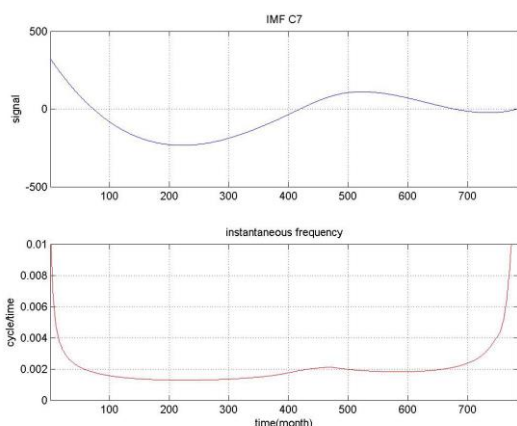
Obr. 28 Modálna funkcia IMF5 pre F10 index



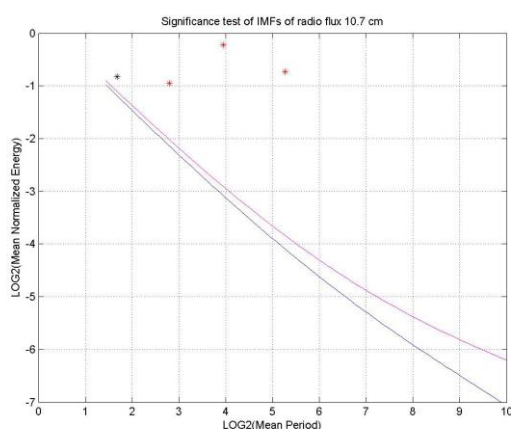
Obr. 26 Modálna funkcia IMF3 pre F10 index



Obr. 29 Modálna funkcia IMF6 pre F10 index



Obr. 30 Modálna funkcia IMF7 pre F10 index



Obr. 31 Významnosť modálnych funkcií indexu F10

Významnosť jednotlivých modálnych funkcií F10 indexu rádiového toku je na obrázku 31. Nad červenou krivkou je spoľahlivosť nad 99 %, nad modrou nad 95%. Vidíme, že sú významné prakticky všetky modálne funkcie. Pokiaľ sa zameriame na okamžité frekvencie vidíme veľkú variabilitu, takže v analyzovanom časovom intervale v rokoch 1947 až 2012 neexistuje frekvencia, či perióda, ktorá by bola relatívne stála. Určitú stabilitu vidíme v modálnej funkcii IMF5 na intervale 1976 – 1991, kde je perióda 9.8 roka, v zostávajúcich časových intervaloch sa pohybuje od 8.3 roka po 16.7 roka.

5. DISKUSIA A ZÁVER

Porovnanie výsledkov z práce Bradley L. Barnhart , William E. Eichinger 2011 a našich výsledkov ukazuje pri analýze škvrtnej aktivity, že v Fig.1 v ich práci môžeme porovnať grafy pre 11 ročnú periódu s IMF C5 našej práce, 20-50 ročnú periódu s IMF C6 a C7 a 100 ročná perióda s IMF C8 našej práce. Veľká variabilita okamžitej frekvencie v čase ukazuje, že fakticky neexistuje stála perióda škvrtnej aktivity. Na obrázkoch 6 , 7 a 8 vidíme, že frekvencia sa neustále mení a tiež, že sa v určitých časových úsekoch mení veľmi rýchlo.

Podobný charakter variability vidíme aj pri indexe Mg II core to wing. Neustála zmena okamžitej frekvencie pripomína chaotický charakter slnečnej aktivity.

Charakter variability indexu F10 je tiež podobný škvrtnej aktivite. Neustála zmena okamžitej frekvencie vo všetkých modálnych funkciách prakticky nedovoľuje určiť nejaké významné frekvencie, ktoré by charakterizovali chovanie slnečnej aktivity v tomto indexe.

Metódu EMD pri skúmaní slnečnej aktivity v 22-24 cykle použili aj Kolotkov D.Y, Broomhall A.-M. a Nakariakov V.M. 2015. Z ich záverov vyplýva, že táto metóda je vhodný nástroj pre zisťovanie periodicít helioseizmických dát a tiež, že všetky IMF mody silne korelujú s 11 ročným cyklom, pričom okrem helioseizmických dát skúmali tiež tok rádiového žiarenia Slnka na 10.7 cm. a tiež vývin plôch slnečných škvrtín na severnej a južnej hemisfére Slnka . Keďže v tejto práci boli skúmané podobné časové rady a jeden ten istý (tok na 10.7 cm) nemôžeme ich závery potvrdiť, celkom iste v prípade časového radu toku rádiového žiarenia na 10.7 cm. Naopak, nič v prípade tohto radu nenasvedčuje tomu, že by bola prítomná nejaká stálejšia perióda v dátach blízka 11 ročnej perióde.

Porovnanie charakteru spektra slnečnej škvrtnej aktivity so spektrom chaotického atraktoru s korelačnou dimenziou 5.5 vidíme v dodatku (Appendix 1). Obe spektrá sú veľmi podobné , môžeme teda povedať, že na základe chovania okamžitej frekvencie v rôznych časových radoch pri slnečnej aktivite je predpoklad, že Slnko sa chová ako chaotický atraktor. Podobné spektrum máme aj pri hviezde ϵ Eridani. Je možné, že hviezdy slnečného typu majú tiež chaotické chovanie.

Podakovanie

Podakovanie patrí Zhaohua Wu.

Výpočty boli urobené za použitia algoritmov metódy EEMD , originál ktorých bol vyvinutý Zhaohua Wu v roku 2009 v programovacom jazyku MatLab.

LITERATÚRA

- Bradley L. Barnhart ·William E. Eichinger 2011, Analysis of Sunspot Variability Using the Hilbert –Huang Transform, Solar Phys (2011) 269: 439–449
- Huang, N. E. , Z. Shen, and S. R. Long, M. C. Wu, E. H. Shih, Q. Zheng, C. C. Tung, and H. H. Liu, 1998: The empirical mode decomposition method and the Hilbert spectrum for non-stationary time series analysis, *Proc. Roy. Soc. London*, **454A**,903-995.
- Huang, N. E., 2003: Empirical Mode decomposition for analyzing acoustic signal, US, Patent 10-073857, August, 2003, Pending.
- Kolotkov D.Y., Broomhall A.-M., Nakariakov V.M. 2015 Hilbert-Huang transform analysis of periodicities in the last two solar activity cycles., MNRAS 451, 4360-4367
- Torres M. E., Colominas M. A., Schlotthauer G, Flandrin P. (2011). A complete Ensemble Empirical Mode decomposition with adaptive noise. IEEE Int. Conf. on Acoust., Speech and Signal Proc. ICASSP-11, Prague. 4144-4147.
- Wu, Z., and N. E Huang (2008), Ensemble Empirical Mode Decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis*. Vol.1, No.1. 1-41.