Vplyv slnečného vetra na dynamiku prachových častíc vo vnútri heliosféry

P. Pástor, Tekovská hvezdáreň v Leviciach, pavol.pastor @hvezdarenlevice.sk

Abstrakt

Slnečný vietor šíriaci sa zo Slnka môže ovplyvniť pohyb prachových častíc vo vnútri heliosféry. Je prezentované odvodenie relativisticky kovariantnej pohybovej rovnice pre prachovú časticu ľubovoľného tvaru. Výsledná pohybová rovnica obsahuje aj zmenu hmotnosti prachovej častice spôsobenú interakciou častice so slnečným vetrom. Pre sférickú prachovú časticu sa pohybová rovnica zjednoduší vďaka symetrii. V prípade ak je rýchlosť sférickej prachovej častice a častíc slnečného vetra v sústave Slnka zanedbateľná v porovnaní s rýchlosťou svetla, pohybová rovnica častice sa redukuje na známy „aerodynamický“ tvar. Ak nahradíme v pohybovej rovnici pre sférickú prachovú časticu do prvého rádu *v*/*c* (*v* je rýchlosť prachovej častice a *c* je rýchlosť svetla) častice slnečného vetra za fotóny šíriace sa radiálne od Slnka, dostaneme Poyntingov–Robertsonov efekt.

1. ÚVOD

Slnečné svetlo rozptýlené na prachových časticiach v medziplanetárnom priestore je možné pozorovať vo forme Zodiakálneho svetla. Podstatu Zodiakálneho svetla ako prvý správne vysvetlil G. D. Cassini (Cassini, 1683). Na dynamiku prachových častíc pôsobia podstatne mimo gravitácie Slnka a planét aj negravitačné efekty. Jedným z nich je aj slnečný vietor. Chvosty komét smerujú vždy približne od Slnka. Dlho sa predpokladalo, že za týmto javom je tlak slnečného svetla. Avšak pri skúmaný veľkosti zrýchlenia iónov v kometárnych chvostoch Biermann (Biermann, 1951; 1953) prišiel k záveru, že slnečné svetlo nemôže spôsobovať tak veľké zrýchlenie a toto zrýchlenie vysvetlil pomocou slnečných iónov (slnečného vetra). Je zaujímavé, že súvis medzi magnetickými búrkami na Zemi a aktívnymi oblasťami na Slnku bol postrehnutý značne skôr už v roku 1859 (Carrington, 1860). Na existenciu stáleho toku iónov zo Slnka poukázali až už spomínané práce Biermanna. Vplyv slnečného vetra na pohyb prachových častíc bol heuristicky diskutovaný vo Whipple (1955). Relativisticky kovariantnú rovnicu sa pokúsili odvodiť Robertson a Noonan (1968). Avšak odvodená rovnica nebola dosť všeobecná. V práci Klačka a Saniga (1993) bolo načrtnuté odvodenie kompletnej kovariantnej pohybovej rovnice. Avšak kvôli numerickej chybe sa výsledný tvar nepodarilo zapísať v kovariatnom tvare. V pohybovej rovnici bola zahrnutá aj zmena hmotnosti spôsobená slnečným vetrom. Správna kompletná kovariantná pohybová rovnica bola odvodená v práci Klačka a kol. (2012). V tomto príspevku sa pozrieme na dôsledky vyplývajúce z kovariantnej pohybovej rovnice pre pôsobenie slnečného vetra na dynamiku prachovej častice.

2. NÁČRT ODVODENIA POHYBOVEJ ROVNICE

Predpokladáme, že na časticu dopadá rovnobežný prúd iónov rovnakej pokojovej hmotnosti m_1 rovnakou rýchlosťou $\vec{u}'$ v sústave častice. Čiarkované veličiny sú merané v sústave častice a nečiarkované v sústave Slnka. Ak je koncentrácia častíc pokojovej hmotnosti m_1 v slnečnom vetre n' a celkový účinný prierez prachovej častice pri interakcii častíc so slnečným vetrom je σ'_{tot}, tak dopadajúca energia v sústave častice bude

$$E'_{\text{in}} = \sigma'_{\text{tot}} n' u' m_1 \gamma(u') c^2 , \qquad (1)$$

kde c je rýchlosť svetla a

$$\gamma(u') = \frac{1}{\sqrt{1 - u'^2 / c^2}} \qquad (2)$$

je Lorentzov faktor. Analogicky pre dopadajúcu hybnosť v sústave častice bude platiť

$$\vec{p}'_{\text{in}} = \sigma'_{\text{tot}} n' u' m_1 \gamma(u') \vec{u}' . \qquad (3)$$

Štvorvektor celkovej dopadajúcej hybnosti v sústave častice teda bude

$$p_{\text{in}}'^{\mu} = \left(\frac{E_{\text{in}}'}{c}\,; \vec{p}_{\text{in}}' \right). \quad (4)$$

Pre odchádzajúcu energiu budeme predpokladať, že je nejakým x' násobkom dopadajúcej energie. Ako sa ukáže neskôr, hodnota x' neostane vo výslednom zrýchlení prachovej častice.

$$E_{\text{out}}' = x' E_{\text{in}}'. \quad (5)$$

Celkovú odchádzajúcu hybnosť zapíšeme pomocou troch ortonormálnych vektorov $\vec{f}_j'$ v sústave častice a troch vektorov rýchlosti $\vec{u}_j' = u'\vec{f}_j'$. Predpokladáme, že pre definované vektory platí $\vec{u}_1' = \vec{u}'$. Výsledný tvar odchádzajúcej hybnosti v sústave častice je

$$\vec{p}_{\text{out}}' = \vec{p}_{\text{in}}' - \sigma_{\text{tot}}' \frac{S'}{c} \sum_{j=1}^{3} \frac{\sigma_{\text{pr},j}'}{\sigma_{\text{tot}}'} \frac{\vec{u}_j'}{c}, \quad (6)$$

kde S' je hustota toku energie (tok energie cez plochu kolmú na lúč častíc slnečného vetra za jednotku času) $E_{\text{in}}' = \sigma_{\text{tot}}' S'$ a $\sigma_{\text{pr},j}'$ sú účinné prierezy radiačného tlaku. Pomocou $\sigma_{\text{pr},j}'$ je možné vyjadriť koľko hybnosti sa „rozptýli“ do jednotlivých smerov daných vektormi $\vec{f}_j'$. Pre štvorvektor odchádzajúcej hybnosti v sústave častice z rovníc (5) a (6) dostaneme

$$p_{\text{out}}'^{\mu} = \left(\frac{E_{\text{out}}'}{c}\,; \vec{p}_{\text{out}}' \right). \quad (7)$$

Pohybovú rovnicu chceme vyjadriť v sústave Slnka. Na transformáciu štvorvektora $B'^{\mu} = (B'^{0}; \vec{B}')$ zo sústavy častice do sústavy Slnka, v ktorej sa častica pohybuje rýchlosťou $\vec{v}$, budeme používať zovšeobecnené špeciálne Lorentzove transformácie (ZLT)

$$B^0 = \gamma(v) \left(B'^0 + \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}'}{c} \right),$$

$$\vec{B} = \vec{B}' + \left\{ \left[\gamma(v) - 1 \right] \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}'}{v^2} + \frac{\gamma(v)}{c} B'^0 \right\} \vec{v}, \quad (8)$$

s inverziou

$$B'^0 = \gamma(v) \left(B^0 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}}{c} \right),$$

$$\vec{B}' = \vec{B} + \left\{ \left[\gamma(v) - 1 \right] \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}}{v^2} - \frac{\gamma(v)}{c} B^0 \right\} \vec{v}. \quad (9)$$

Najskôr nájdeme vzťah medzi n' a n pomocou transformácie štvorvektora prúdovej hustoty (viď napr. Landau a Lifshitz, 2005) $j^{\mu} = \left(nc\,; n\vec{u} \right)$. Po transformácii pomocou rovnice (9) dostaneme

$$n' = \omega n, \quad (10)$$

$$\vec{u}' = \frac{1}{\omega} \vec{\alpha}, \quad (11)$$

kde

$$\omega = \gamma(v) \left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{c^2} \right), \quad (12)$$

$$\vec{\alpha} = \vec{u} + \left[\left(\gamma(v) - 1 \right) \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{v^2} - \gamma(v) \right] \vec{v}. \quad (13)$$

Štvorvektor pre dopadajúcu hybnosť v sústave častice (rovnice 1, 3 a 4) chceme vyjadriť pomocou hodnôt meraných v sústave Slnka. Vzťahy medzi koncentráciami častíc slnečného vetra a vektormi rýchlosti častíc slnečného vetra v dopadajúcom zväzku sú dané rovnicami (10) a (11). Vzťah medzi $\gamma(u')$ a $\gamma(u)$ je možné odvodiť použitím transformačného vzťahu (9) na štvorvektor rýchlosti dopadajúcich častíc slnečného vetra $W^{\mu} = \left(\gamma(u) c\,; \gamma(u) \vec{u} \right)$ a výsledok je

$$\gamma(u') = \omega \gamma(u). \quad (14)$$

Dosadením rovnice (11) do rovnice (14), získame vzťah pre veľkosť $\vec{\alpha}$

$$\alpha^2 = c^2 \left(\omega^2 - 1 \right) + u^2. \quad (15)$$

Transformácia (8) aplikovaná na štvorvektor dopadajúcej hybnosti (4) dáva výsledný tvar pre štvorvektor dopadajúcej hybnosti v sústave Slnka

$$p_{\text{in}}^{\mu} = \sigma_{\text{tot}}' \frac{S}{c} \frac{\alpha \omega}{u} \xi^{\mu}, \quad (16)$$

kde

$$\xi^{\mu} \equiv \left(\frac{1}{\omega}; \frac{1}{\omega} \frac{\vec{u}}{c} \right) \quad (17)$$

je nový štvorvektor.

Transformáciou štvorvektora odchádzajúcej hybnosti zo sústave častice (7) do sústavy Slnka použitím rovnice (8) dostaneme, po vyjadrení cez hodnoty merané v sústave Slnka, štvorvektor odchádzajúcej hybnosti

$$p_{\text{out}}^{\mu} = \sigma'_{\text{tot}} \frac{S}{c} \frac{\alpha\omega}{u} \left[\xi^{\mu} - (1 - x') \frac{U^{\mu}}{c} \right]$$

$$-\sigma'_{\text{tot}} \frac{S}{c} \frac{\alpha\omega}{u} \sum_{j=1}^{3} \frac{\sigma'_{\text{pr},j}}{\sigma'_{\text{tot}}} \left(\xi_j^{\mu} - \frac{U^{\mu}}{c} \right), \quad (18)$$

kde $U^{\mu} = (\gamma(v)c\,;\gamma(v)\vec{v})$ je štvorvektor rýchlosti prachovej častice,

$$\xi_j^{\mu} = \left(\frac{1}{\omega_j}\,; \frac{1}{\omega_j} \frac{\vec{u}_j}{c} \right), \quad \omega_j = \gamma(v) \left(1 - \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}_j}{c^2} \right),$$

$$\vec{u}_j = \frac{\vec{u}'_j + \left[(\gamma(v) - 1) \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}'_j}{v^2} + \gamma(v) \right] \vec{v}}{\gamma(v) \left(1 + \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}'_j}{c^2} \right)}. \quad (19)$$

Ak si uvedomíme, že rozdiel štvorvektorov prichádzajúcej a odchádzajúcej hybnosti v sústave Slnka je zmena hybnosti prachovej častice v sústave Slnka, môžeme písať pohybovú rovnicu

$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = p_{\text{in}}^{\mu} - p_{\text{out}}^{\mu}, \quad (20)$$

kde $p^{\mu} = mU^{\mu}$ je štvorhybnosť prachovej častice s hmotnosťou m a τ je vlastný čas častice. Po dosadení rovníc (16) a (18) do rovnice (20) dostaneme kovariantnú pohybovú rovnicu prachovej častice

$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = \sigma'_{\text{tot}} \frac{S}{c} \frac{\alpha\omega}{u} (1 - x') \frac{U^{\mu}}{c}$$

$$+\sigma'_{\text{tot}} \frac{S}{c} \frac{\alpha\omega}{u} \sum_{j=1}^{3} \frac{\sigma'_{\text{pr},j}}{\sigma'_{\text{tot}}} \left(\xi_j^{\mu} - \frac{U^{\mu}}{c} \right). \quad (21)$$

Použijúc

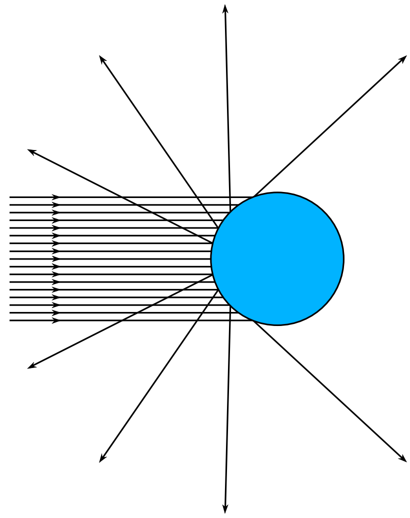
$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}\left(mU^{\mu} \right) = \frac{dm}{d\tau} U^{\mu} + m \frac{dU^{\mu}}{d\tau}, \quad (22)$$

$$U_{\mu} U^{\mu} = c^2, \quad U_{\mu} dU^{\mu} / d\tau = 0, \quad (23)$$

rovnica (21) určuje zrýchlenie prachovej častice a aj zmenu pokojovej hmotnosti prachovej častice.

$$\frac{dU^{\mu}}{d\tau} = \sigma'_{\text{tot}} \frac{S}{mc} \frac{\alpha\omega}{u} \sum_{j=1}^{3} \frac{\sigma'_{\text{pr},j}}{\sigma'_{\text{tot}}} \left(\xi_j^{\mu} - \frac{U^{\mu}}{c} \right), \quad (24)$$

$$\frac{dm}{d\tau} = -\sigma'_{\text{tot}} \frac{S}{c^2} \frac{\alpha\omega}{u} (x' - 1). \quad (25)$$



Obr. č. 1. Obrázok znázorňuje zjednodušenie matematického opisu interakcie slnečného vetra so sféricky symetrickou prachovou časticou.

Zrýchlenie prachovej častice nezávisí od parametra x'. Pre $x' \neq 1$ sa hmotnosť častice mení (rovnica 25). Pre $x' > 1$ hmotnosť častice klesá a pre $x' < 1$ hmotnosť častice rastie. Štandardná predstava je, že hmotnosť častice klesá (Whipple, 1955; Dohnanyi, 1978; Leinert a Grün, 1990).

3. SFÉRICKÁ ČASTICA

Sférická prachová častica umožňuje využiť symetriu na zjednodušenie matematického opisu (Obr. č. 1). Predpoklad pre odchádzajúcu energiu bude rovnaký ako pre nesférickú prachovú časticu:

$$E'_{\text{out}} = x' E'_{\text{in}}. \quad (26)$$

Symetrická interakcia slnečného vetra s prachovou časticou zjednoduší tvar celkovej odchádzajúcej hybnosti. Pri sférickej prachovej častici je celková odchádzajúca hybnosť v smere prichádzajúcej hybnosti. V našom použitom zápise je postačujúce použiť $\sigma'_{\text{pr},2}$ = $\sigma'_{\text{pr},3}$ = 0 (indexy 1 sú vynechané):

$$\vec{p}'_{\text{out}} = \vec{p}'_{\text{in}} - \sigma'_{\text{tot}} \frac{S'}{c} \sum_{j=1}^{3} \frac{\sigma'_{\text{pr},j}}{\sigma'_{\text{tot}}} \frac{\vec{u}'_j}{c} = \vec{p}'_{\text{in}} \left(1 - \frac{\sigma'_{\text{pr}}}{\sigma'_{\text{tot}}} \right). \quad (27)$$

Kovariantná pohybová rovnica (21) sa zjednoduší na tvar

$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = \frac{1}{c} \sigma'_{\text{tot}} S \frac{\alpha\omega}{u} \left\{ \frac{\sigma'_{\text{pr}}}{\sigma'_{\text{tot}}} \xi^{\mu} - \left[x' - \left(1 - \frac{\sigma'_{\text{pr}}}{\sigma'_{\text{tot}}} \right) \right] \frac{U^{\mu}}{c} \right\},$$

(28)

Zmena hmotnosti má rovnaký tvar ako pre nesférickú prachovú časticu (rovnica 25). Pre zmenu štvorvektora rýchlosti dostaneme z rovnice (24)

$$\frac{dU^{\mu}}{d\tau} = \frac{\sigma'_{\mathrm{pr}} S}{mc} \frac{\alpha \omega}{u} \left(\xi^{\mu} - \frac{U^{\mu}}{c} \right). \quad (29)$$

3.1 Pohybová rovnica do prvého rádu v/c

Priestorovú zložku z rovnice (29) je možné prepísať do tvaru

$$\frac{d\left[\gamma(v)\vec{v}\right]}{d\tau} = \frac{\sigma'_{\mathrm{pr}} S}{mc} \frac{\alpha}{u} \left[\frac{\vec{u}}{c} - \gamma(v)\omega \frac{\vec{v}}{c} \right]. \quad (30)$$

Po použití aproximácií do prvého rádu v/c (rovnice 12 a 13)

$$\gamma(v) \approx 1, \quad \gamma(v)\omega \frac{\vec{v}}{c} \approx \frac{\vec{v}}{c}, \quad \vec{\alpha} \approx \vec{u} - \vec{v}, \quad \tau \approx t, \quad (31)$$

v rovnici (30), nájdeme výsledný tvar pre pohybovú rovnicu prachovej častice do prvého rádu v/c

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\sigma'_{\mathrm{pr}} S}{mc^2 u} \,|\, \vec{u} - \vec{v} \,|\, \left(\vec{u} - \vec{v} \right). \quad (32)$$

3.2 Pohybová rovnica do prvého rádu v/c a u/c

Aproximácia modifikuje iba hustotu toku energie S

$$S = num_1 \gamma\left(u\right) c^2 \approx num_1 c^2. \quad (33)$$

Po dosadení (33) do (32) máme

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\sigma'_{\mathrm{pr}} n m_1}{m} \,|\, \vec{u} - \vec{v} \,|\, \left(\vec{u} - \vec{v} \right). \quad (34)$$

4. SÚVIS S KLASICKOU MECHANIKOU

V prípade ak sa hmotnosť sférickej častice nemení, môžeme rovnicu (34) prepísať do tvaru

$$d\left(m\vec{v}\right) = \sigma'_{\mathrm{pr}} n \,|\, \vec{u} - \vec{v} \,|\, dt\, m_1 \left(\vec{u} - \vec{v} \right), \quad (35)$$

Rovnica (35) môže byť interpretovaná ako zmena klasickej hybnosti prachovej častice $m\vec{v}$ za interval dt spôsobená dopadom $\sigma'_{\mathrm{pr}} n \,|\, \vec{u} - \vec{v} \,|\, dt$ častíc pričom každá má hybnosť $m_1 \left(\vec{u} - \vec{v} \right)$. Interakcia skutočného zväzku častíc slnečného vetra s prachovou časticou je zahrnutá vo výpočte σ'_{pr}. V σ'_{pr} je skryté aj to ako sa hybnosť konkrétnej častice slnečného vetra zmení po interakcii s prachovou časticou.

4. POYNTINGOV-ROBERTSONOV (PR) EFEKT

Vplyv elektromagnetického žiarenia na pohyb prachovej častice so sféricky symetricky distribuovanou hmotnosťou sa nazýva PR efekt. V tomto príspevku ukážeme ako je možné odvodiť PR efekt do prvého rádu v/c z pohybovej rovnice prachovej častice pod vplyvom slnečného vetra do prvého rádu v/c. Možnosť odvodenia PR efektu z kovariantného tvaru pohybovej rovnice je spomenutá v Klačka a kol. (2012). Bude vychádzať z rovnice (32). V tejto rovnici zameníme rýchlosť častíc slnečného vetra za rýchlosť svetla. Táto zámena v sebe skrýva jednu nepríjemnosť. Pri pohybe častice s nenulovou pokojovou hmotnosťou rýchlosťou svetla vychádza nekonečná energia častice $m_1 \gamma\left(c\right) c^2$. Avšak transformácie (8) a (9) sú robené pomocou rýchlosti $\vec{v}$. Preto ak použijeme správnu energiu a hybnosť pre fotóny, výsledky transformácií budú správne. Z tohto dôvodu postačuje v rovnici (32) zameniť hustotu toku energie S slnečného vetra za hustotu toku energie S_{EM} elektromagnetického žiarenia. Zameníme aj účinný prierez radiačného tlaku pri interakcii častíc so slnečným vetrom σ'_{pr} za účinným prierez radiačného tlaku C'_{pr} pri interakcii s elektromagnetickým žiarením. Ďalej je v rovnici (32) potrebné použiť nasledujúce vzťahy:

$$\left|\vec{u} - \vec{v}\right|^2 = \left(c\vec{e} - \vec{v}\right)^2 \approx c^2 \left(1 - 2\frac{\vec{v} \cdot \vec{e}}{c} \right), \quad (36)$$

kde vektor $\vec{e}$ je jednotkový vektor v smere šírenia svetla a

$$|\, c\vec{e} - \vec{v} \,|\left(c\vec{e} - \vec{v} \right) \approx c^2 \left[\left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}}{c} \right) \vec{e} - \frac{\vec{v}}{c} \right]. \quad (37)$$

Po dosadení do (32) dostaneme správny výraz pre PR efekt

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{C'_{\mathrm{pr}} S_{\mathrm{EM}}}{mc} \left[\left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}}{c} \right) \vec{e} - \frac{\vec{v}}{c} \right]. \quad (38)$$

5. ZÁVER

Vplyv slnečného vetra na ľubovoľne tvarovanú prachovú časticu je možné opísať pomocou kovariantnej pohybovej rovnice. Kovariantná pohybová rovnica v zahŕňa aj zmenu pokojovej hmotnosti prachovej častice spôsobenú slnečným vetrom. Pre sférickú prachovú časticu sa pohybová rovnica zjednoduší vďaka symetrii. V limitnom prípade keď je rýchlosť sférickej prachovej častice a častíc slnečného vetra v sústave Slnka zanedbateľná v porovnaní s rýchlosťou svetla, dostaneme tvar pochopiteľný na základe klasickej mechaniky. Zo zrýchlenia sférickej prachovej častice spôsobeného slnečným vetrom do prvého rádu rýchlosti častice ku rýchlosti svetla je možne odvodiť Poyntingov-Robertsonov efekt do prvého rádu rýchlosti častice ku rýchlosti svetla za predpokladu, že rýchlosť častíc slnečného vetra zameníme za rýchlosť svetla, hustotu toku energie slnečného vetra za hustotu toku energie elektromagnetického žiarenia a účinný prierez radiačného tlaku pri interakcii častíc so slnečným vetrom za účinným prierez radiačného tlaku pri interakcii s elektromagnetickým žiarením.

LITERATÚRA

Biermann L.: 1951, Kometenscheite und solar korpskularhlung, Z. Astrophys. 29, 274.

Biermann L.: 1953, Physical processes in comet tails and their relation to solar activity, Memoires de lat Societe Royale des Sciences de Liege Quatrrime Serie, Tome XIII, Fasc. I–II, 291.

Carrington R. C.: 1860, Description of a singular appearance seen in the Sun on September 1, 1859, Mon. Not. R. Astron. 20, 13.

Cassini G. D.: 1683, Découverte de la lumière celeste qui paroist dans le zodiaque, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences depuis 1666 jusqu'a 1699, Tome VIII, Paris 1699, (Compagnie des Libraires, 1730), 119.

Dohnanyi J. S.: 1978, Particle dynamics, In: McDonnell J. A. M. (ed.) Cosmic Dust, Wiley-Interscience, Chichester, UK, 527.

Klačka J., Petržala J., Pástor P., Kómar L.: 2012, Solar wind and the motion of dust grains, Mon. Not. R. Astron. Soc., 421, 943.

Klačka J., Saniga M.: 1993, Interplanetary dust particles and solar wind, Earth, Moon, Planets, 60, 23.

Landau L. D., Lifshitz E. M.: 2005, The Classical Theory of Fields, fourth ed., Course of Theoretical Physics. Vol. 2, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford.

Leinert C., Grün E.: 1990, Interplanetary dust, In: Schwen R., Marsch E. (eds.) Physics of the Inner Heliosphere I, Springer-Verlag, Berlin, 207.

Robertson H. P., Noonan T. W.: 1968, Relativity and Cosmology, Saunders, Philadelphia, 122.

Whipple F. L.: 1955, A comet model III. The zodiacal light, Astrophys. J., 121, 750.